

# ЕЛЕКТРОНІКА, РАДІОТЕХНІКА ТА ЗАСОБИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

УДК 538.3, 621.371

В.І. Найдено, С.І. Пільтій

## ЕВОЛЮЦІЯ РАДІОІМПУЛЬСІВ, ВИПРОМІНЕНИХ ДИПОЛЕМ ГЕРЦЯ, ПРИ ПОШИРЕННІ У ВАКУУМІ

### Вступ

Однією з основних задач радіотехніки є передача інформації за допомогою електромагнітних хвиль. Для забезпечення зв'язку на відстані потрібно передавати сигнали, використовуючи антени. Параметри складних антенних систем можна знайти за принципом суперпозиції. Для цього антену умовно зображають як сукупність елементарних випромінювачів. Тоді поля, випромінені нею, можна знайти як векторну суму полів елементарних випромінювачів. Якщо хвильовий пакет, випромінений елементом антени, зазнає змін при поширенні, то відбудуться зміни переданого антеною сигналу.

Основні властивості полів диполя Герця досліджені в багатьох працях [1–9]. Але й досі проблеми, пов'язані з випромінюванням диполів, не втратили своєї актуальності. Інженерні межі зон випромінювання диполів детально даються в [4]; електромагнітне поле, що випромінюється горизонтально зорієнтованим диполем над провідною пластинною, аналізується в [5]; випромінювання вертикального електричного диполя, розміщеного над провідною площиною, розглядається в [6]; випромінювання диполя Герця над поверхнею Землі із втратами чи над морем досліджується в [7]; потік потужності між двома електричними диполями – у [8]; еволюція відеоімпульсів, випромінених диполем Герця, при поширенні у вакуумі проаналізована в [9].

Для радіотехніки важливо знати, як змінюються радіоімпульси, поширюючись від елементарних випромінювачів. Цьому аспекту й присвячується дана стаття.

### Постановка задачі

Розглянемо електричний диполь Герця. Результати для магнітного диполя Герця можна знайти за принципом переставної двоїстості.

Залежності полів і енергетичних характеристик електричного диполя Герця від координат та часу загальновідомі [1–9]. Метою даного

дослідження є знаходження зміни форми сигналу, що випромінюється електричним диполем Герця. В цьому випадку інформація сигналу може бути закладена у функціях полів та енергетичних характеристик диполя. Важливо дослідити, як змінюються наведені вище характеристики у ближній і проміжній зонах випромінювання, а не лише в дальній зоні.

### Поля диполя Герця

Електричний диполь Герця зображено на рис. 1. Полярна вісь сферичної системи координат є віссю диполя.

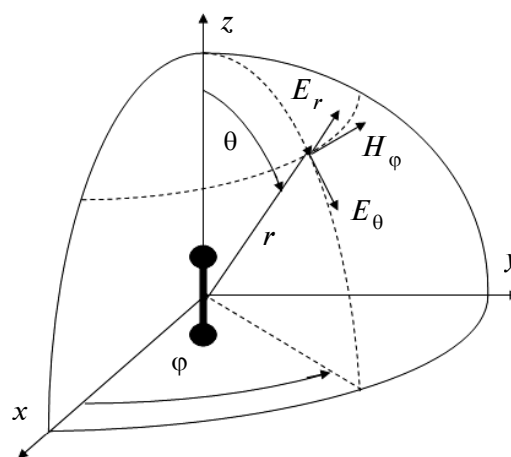


Рис. 1. Електричний диполь Герця

Наведемо комплексні амплітуди полів електричного диполя Герця у вакуумі [1]

$$\dot{H}_\varphi = \frac{\dot{I} \sin \theta}{4\pi r^2} \left\{ 1 + i\omega \frac{r}{c} \right\} \exp \left( -i\omega \frac{r}{c} \right),$$

$$\dot{E}_r = \frac{\dot{I} \rho_0 \cos \theta}{2\pi r^2} \left\{ 1 + \frac{1}{i\omega} \frac{c}{r} \right\} \exp \left( -i\omega \frac{r}{c} \right),$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{\dot{I} \rho_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \left\{ 1 + i\omega \frac{r}{c} + \frac{1}{i\omega} \frac{c}{r} \right\} \exp \left( -i\omega \frac{r}{c} \right),$$

де  $\dot{I}$  – комплексна амплітуда струму диполя;  $l$  – довжина диполя;  $\theta$  – кут місця (кут між радіус-вектором точки і полярною віссю);  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  – електромагнітна константа;  $\rho_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  – хвильовий опір вакууму;  $r$  – відстань від точки спостереження до геометричного центра диполя.

Будемо вважати, що на випромінювач (диполь Герця) подано імпульс струму заданої форми  $f(t)$  з максимальним значенням  $I_m$ . Для імпульсних сигналів треба від комплексної амплітуди струму перейти до спектральної густини. Спектральну густину імпульсу струму заданої форми позначимо  $\dot{S}(\omega)$ , а комплексну амплітуду  $\dot{I}$  замінимо на  $\dot{S}(\omega)$ .

Тоді множенню спектра сигналу на  $i\omega$  відповідатиме похідна від  $f(t)$ , а діленню – інтеграл  $\int_0^t f(t)dt$ . Це вірно, якщо  $\int_0^\infty f(t)dt = 0$ .

Дану умову можна отримати при знаходженні перетворення Фур'є сигналу  $\int_0^t f(t)dt$ .

Проінтегруємо частинами:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left[ \int_0^t f(t)dt \right] \exp(-i\omega t) dt &= \\ &= \frac{1}{i\omega} \dot{S}(\omega) + \int_0^\infty f(t)dt \frac{\exp(-i\omega \cdot \infty)}{-i\omega} = \\ &= \begin{cases} \frac{1}{i\omega} \dot{S}(\omega), & \text{якщо } \int_0^\infty f(t)dt = 0, \\ \text{не існує, якщо } \int_0^\infty f(t)dt \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ця умова означає, що не може бути джерела, яке б підтримувало існування в нескінченному часі сигналу  $\int_0^t f(t)dt$ .

Множенню спектра на  $\exp\left(-i\omega \frac{r}{c}\right)$  відповідає затримка оригіналу на час  $\frac{r}{c}$ , необхідний для проходження електромагнітною хвилею відстані  $r$  із швидкістю  $c$ . Це дає змогу знайти вирази для полів електричного диполя Герця в часовій області:

$$H_\varphi(t) = \frac{I_m l \sin \theta}{4\pi r^2} \left\{ f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \right\},$$

$$E_r(t) = \frac{I_m l \rho_0 \cos \theta}{2\pi r^2} \left\{ f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{c}{r} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx \right\},$$

$$\begin{aligned} E_\theta(t) &= \frac{I_m l \rho_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \times \\ &\times \left\{ f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} + \frac{c}{r} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx \right\}. \end{aligned}$$

У ближній зоні поля описуються такими формулами:

$$H_\varphi = \frac{I_m l \sin \theta}{4\pi r^2} f\left(t - \frac{r}{c}\right),$$

$$E_r = \frac{I_m l \cos \theta}{2\pi \epsilon_0 r^3} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx,$$

$$E_\theta = \frac{I_m l \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx.$$

Ці поля є аналогічними полям статичного диполя. Поле  $H_\varphi$  точно відповідає закону Біо–Савара–Лапласа. Вирази для  $E_r$  і  $E_\theta$  описують поле диполя з електричним моментом  $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ . Якщо спочатку диполь був не зарядженим, то при проходженні струму  $i(t)$  заряд змінюється за законом  $q(t) = \int_0^t i(t)dt$ . Диполь

Герця не створює квазістатичне поле у ближній зоні, коли його заряди зрівноважуються. Це еквівалентно умові  $\int_0^\infty f(t)dt = 0$ .

У проміжній зоні поля диполя Герця змінюються пропорційно сумам самого сигналу, його похідної та інтеграла.

У дальній зоні вирази для полів диполя Герця мають вигляд

$$H_\varphi = \frac{I_m l \sin \theta}{4\pi cr} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt},$$

$$E_r = \frac{I_m l \rho_0 \cos \theta}{2\pi r^2} f\left(t - \frac{r}{c}\right),$$

$$E_\theta = \frac{I_m l \mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt}.$$

Нехай струм диполя Герца змінюється за низькочастотним законом  $f(t) = A(t)$ . Тоді в дальній зоні поля  $H_\phi$  і  $E_\theta$  пропорційні  $\frac{dA(t)}{dt}$ .

При амплітудній модуляції високочастотного сигналу ( $f(t) = A(t) \cos(\omega_0 t)$ ) поля  $H_\phi$  і  $E_\theta$  у дальній зоні пропорційні виразу

$$\sqrt{(\omega_0 A(t))^2 + \left(\frac{dA(t)}{dt}\right)^2} \cos\left(\omega_0 t + \arctg\left(\frac{\omega_0 A(t)}{\frac{dA(t)}{dt}}\right)\right),$$

тобто, крім спотворень закону зміни амплітуди, появляється паразитна кутова модуляція. При кутовій модуляції ( $f(t) = \cos(\omega_0 t + M\phi(t))$ ) поля  $H_\phi$  і  $E_\theta$  у дальній зоні пропорційні виразу

$$\left(\omega_0 + M \frac{d\phi(t)}{dt}\right) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} + M\phi(t)\right),$$

отже, виникає паразитна амплітудна модуляція та фазовий зсув закону модуляції на  $90^\circ$ .

### Енергетичні характеристики

Радіальна складова вектора Пойнтинга записується у вигляді

$$\begin{aligned} \Pi_r = E_\theta H_\phi = & \left(\frac{I_m l \sin \theta}{4\pi r^2}\right)^2 \rho_0 \left\{ f^2\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{c} \frac{d\left[f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right]^2}{dt} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{r}{c} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt}\right)^2 + \frac{c}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx + \right. \\ & \left. + \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx \right\}, \end{aligned}$$

кутова компонента вектора Пойнтинга – у вигляді

$$\begin{aligned} \Pi_\theta = -E_r H_\phi = & -\left(\frac{I_m l}{4\pi r^2}\right)^2 \times \\ & \times \rho_0 \sin(2\theta) \left\{ f^2\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{r}{2c} \frac{d\left[f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right]^2}{dt} + \right. \\ & \left. + \frac{c}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx + \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx \right\}; \end{aligned}$$

густина енергії електромагнітного поля – у вигляді

$$\begin{aligned} w = w_H + w_E = & \frac{1}{2} \mu_0 H_\phi^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_0 (E_r^2 + E_\theta^2) = \\ = & \mu_0 \left(\frac{I_m l}{4\pi r^2}\right)^2 \left\{ \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx + \right. \\ & + \left[ \frac{r}{c} \frac{d\left[f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right]^2}{dt} + \left(\frac{r}{c} \frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt}\right)^2 \right] \sin^2 \theta + \\ & + (1 + \cos^2 \theta) f^2\left(t - \frac{r}{c}\right) + \left[ \frac{1}{2} \left(\frac{c}{r} \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx\right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{c}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) \int_0^{t-\frac{r}{c}} f(x) dx \right] (1 + 3 \cos^2 \theta) \right\}. \end{aligned}$$

Як бачимо, формули, що виражають залежність енергетичних характеристик від просторових координат та часу, досить складні. Тому проаналізуємо їх у тій просторово-часовій області, де найчастіше реалізують радіозв'язок, – у дальній зоні:

$$\Pi_r = \left(\frac{I_m l \sin \theta}{4\pi r}\right)^2 \frac{\mu_0}{c} \left(\frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt}\right)^2,$$

$$\Pi_{\theta} = -\left(\frac{I_m l}{4\pi r}\right)^2 \frac{\rho_0 \sin(2\theta)}{2cr} \frac{d\left[f\left(t - \frac{r}{c}\right)\right]^2}{dt},$$

$$w = \left(\frac{I_m l \sin \theta}{4\pi rc}\right)^2 \mu_0 \left(\frac{df\left(t - \frac{r}{c}\right)}{dt}\right)^2.$$

Для того щоб відновити повідомлення з радіальної складової вектора Пойнтинга чи густини енергії електромагнітного поля, потрібно сигнал подати на прилад із характеристикою  $U_{\text{вих}}(t) = K\sqrt{U_{\text{вх}}(t)}$ , а потім проінтегрувати у часі.

### Еволюція радіоімпульсу Гаусса

Розглянемо еволюцію радіоімпульсу Гаусса, який випромінюється диполем Герця, у вакуумі. Для виконання умови  $\int_0^{\infty} f(t) dt = 0$  виберемо функцію

$$f(t) = \exp\left[\frac{-(t-\tau)^2}{2\text{мкс}^2}\right] \sin[\omega_1(t-\tau)],$$

де  $\tau = 4$  мкс;  $\omega_1 = 10$  Мрад/с.

Тоді матимемо  $\int_0^{\infty} f(t) dt = -1,06 \cdot 10^{-5}$  мкс.

При такому значенні інтеграла вказану умову можна вважати виконаною. Графік  $f(t)$  наведено на рис. 2.

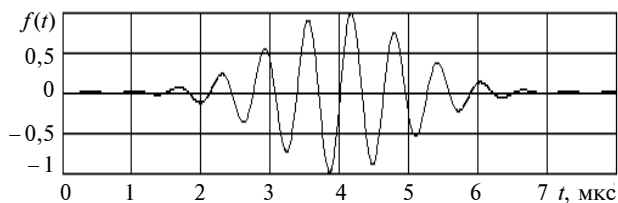


Рис. 2. Імпульс струму

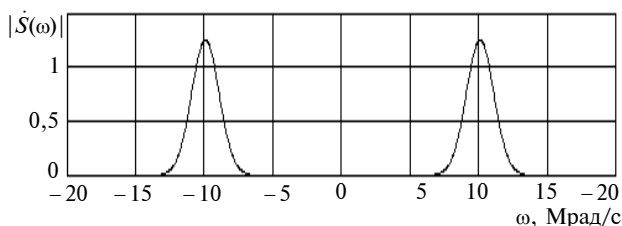


Рис. 3. Амплітудно-частотний спектр

Амплітудно-частотний спектр цього сигналу наведено на рис. 3.

Фізичний спектр сигналу зосереджений у частотній смузі 5–15 Мрад/с. Для аналізу зміни полів та енергетичних характеристик у ближній, проміжній та дальній зонах візьмемо такі радіуси:  $r_1 = 1$  м,  $r_2 = 50$  м,  $r_3 = 6$  км. Тоді  $0,017 \leq kr_1 \leq 0,05$  ( $kr_1 \ll 1$ ),  $0,833 \leq kr_2 \leq 2,5$  ( $kr_2 \approx 1$ ),  $100 \leq kr_3 \leq 300$  ( $kr_3 \gg 1$ ), де  $k = \omega/c$ . Пронормуємо поля та енергетичні характеристики до їх максимальних значень.

### Поля та енергетичні характеристики в ближній зоні

Графіки полів та енергетичних характеристик як функцій часу в ближній зоні наведені на рис. 4.

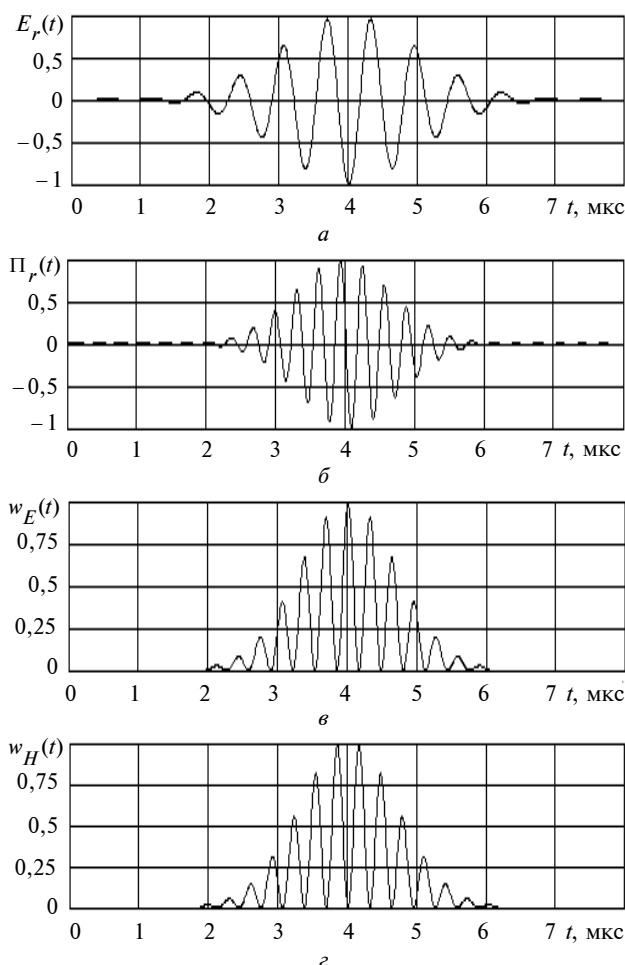


Рис. 4. Поля та енергетичні характеристики в ближній зоні: а – радіальна складова напруженості електричного поля; б – радіальна складова вектора Пойнтинга; в – густина енергії електричного поля; г – густина енергії магнітного поля

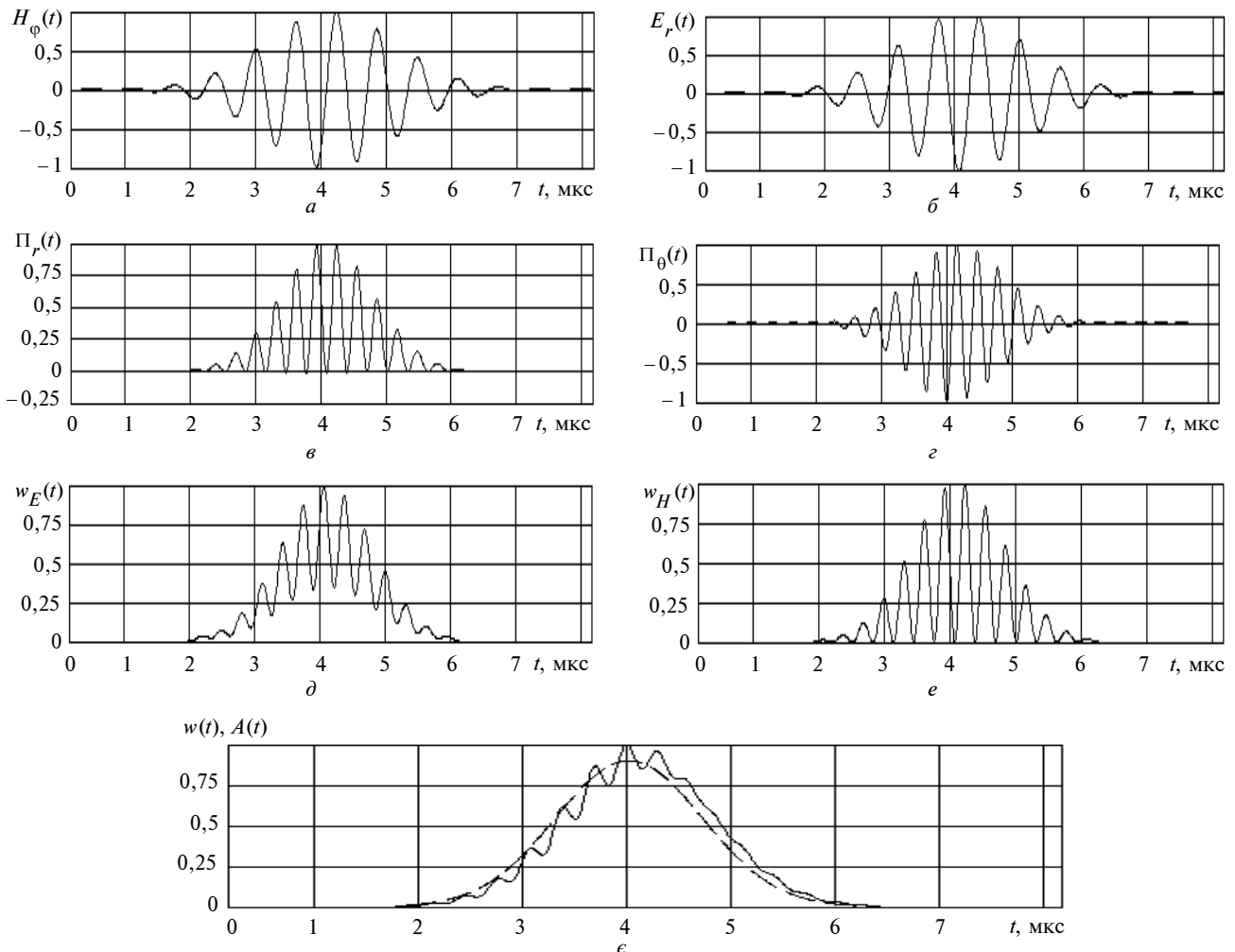


Рис. 5. Поля та енергетичні характеристики в проміжній зоні: *a* – кутова складова напруженості магнітного поля; *б* – радіальна складова напруженості електричного поля; *в* – радіальна складова вектора Пойнтинга; *г* – кутова складова вектора Пойнтинга; *д* – густина енергії електричного поля; *е* – густина енергії магнітного поля; *ж* – густина енергії електромагнітного поля; — — —  $w(t)$ ; — — —  $A(t)$

Закон зміни поля  $H_\phi$  у часі в ближній зоні за формою збігається з функцією зміни поданого на диполь радіоімпульсу струму  $f(t)$  (див. рис. 2). Поля  $E_r$  і  $E_\theta$  у ближній зоні залежать від часу за законом інтеграла від  $f(t)$ , що показаний на рис. 4, *a*. Кутова складова вектора Пойнтинга  $\Pi_\theta(t)$  змінюється за тим же законом, що і радіальна складова (рис. 4, *б*), але вона має протилежний знак. Як бачимо, стала складова компонент вектора Пойнтинга у ближній зоні дорівнює нулю. Графіки залежності густин енергії електричного та магнітного полів наведені на рис. 4, *в* і *г*. Густина електричної енергії переданого сигналу на три порядки більша за густину енергії магнітного по-

ля, тому густина енергії електромагнітного поля у ближній зоні змінюється в часі за законом  $E_r^2$  чи  $E_\theta^2$ , який зображено на рис. 4, *в*.

#### Поля та енергетичні характеристики в проміжній зоні

Зображення полів і енергетичних характеристик у проміжній зоні наведені на рис. 5.

Порівняння рис. 2 і рис. 5, *a* показує, що в проміжній та ближній зонах випромінювання поле  $H_\phi$  змінюється за подібними законами. Це ж стосується й поля  $E_r$  (відповідно рис. 4, *a* та рис. 5, *б*). Строго кажучи, поле  $H_\phi$  залежить від часу як лінійна комбінація  $f(t)$  та

$\frac{df(t)}{dt}$ , а поле  $E_r$  – як лінійна комбінація  $f(t)$  та інтеграла від  $f(t)$ . У проміжній зоні поле  $E_\theta$  залежить від часу за законом, близьким до зображеного на рис. 5, а. З рис. 5, в видно, що у проміжній зоні стала складова радіальної компоненти вектора Пойнтинга не дорівнює нулю. При цьому  $\Pi_r$  набуває як додатних, так і від'ємних значень. Рис. 5, г показує, що в проміжній зоні стала складова кутової компоненти вектора Пойнтинга дорівнює нулю. Густини електричної (рис. 5, д) і магнітної (рис. 5, е) енергії є величинами одного порядку. Густина електромагнітної енергії значно спотворюється, що видно з рис. 5, є. Приймач, який реагує на її значення, зафіксує сигнал, подібний до квадрата повідомлення, модулюючого амплітуду:

$$A(t) = 0,9 \exp \left\{ \frac{-(t - \tau)^2}{\text{мкс}^2} \right\}.$$

### Поля та енергетичні характеристики в дальній зоні

На рис. 6 наведені поля і енергетичні характеристики в дальній зоні.

У дальній зоні поля  $H_\phi$  і  $E_\theta$  змінюються за законом похідної від поданого на диполь Герця імпульсу струму (рис. 6, а). Поле  $E_r$  залежить від часу як  $f(t)$ , але в дальній зоні  $E_r$  за величиною нехтовно мале порівняно з  $E_\theta$ . У дальній зоні радіальна компонента вектора Пойнтинга та густина електромагнітної енергії змінюються за законом квадрата похідної радіоімпульсу Гаусса, який показано на рис. 6, б і г. Кутова складова вектора Пойнтинга змінюється за законом похідної від квадрата функції поданого на диполь імпульсу струму. З рис. 6, в видно, що в дальній зоні стала складова компоненти  $\Pi_\theta$  дорівнює нулю. Густини електричної та магнітної енергії близькі за величиною. Різниця між ними в дальній зоні стає нехтовно малою, що видно з рис. 6, г. Тому густина енергії електромагнітного поля в дальній зоні змінюється за тим же законом, що й  $w_E(t)$  або  $w_H(t)$ . Це відповідає сформованій поперечній електромагнітній хвилі, яка надалі не змінює своєї форми.

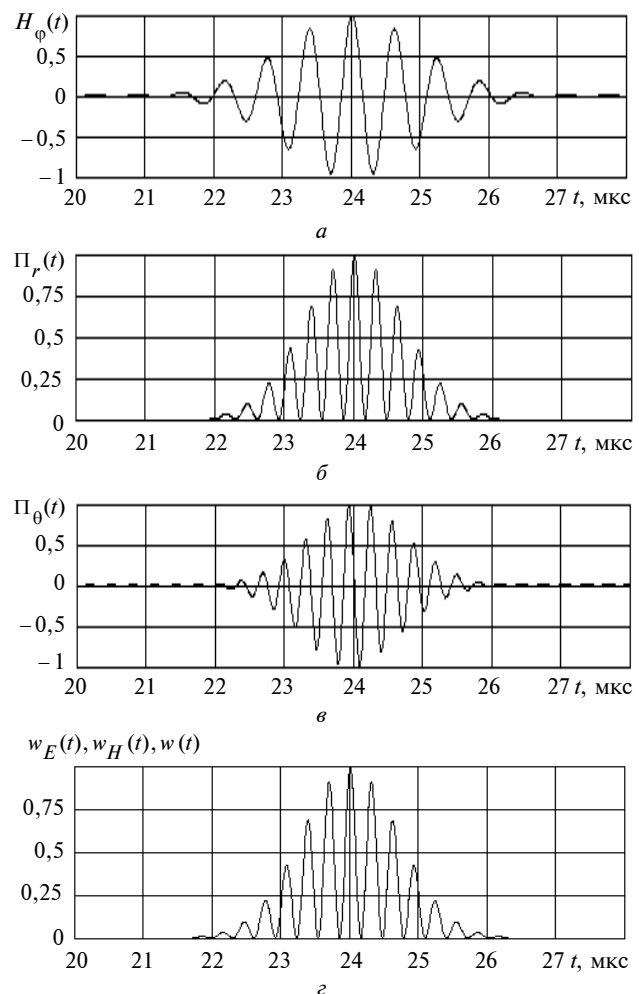


Рис. 6. Поля та енергетичні характеристики в дальній зоні: а – кутова складова напруженості магнітного поля; б – радіальна складова вектора Пойнтинга; в – кутова складова вектора Пойнтинга; г – густина енергії електричного  $w_E(t)$ , магнітного  $w_H(t)$  та електромагнітного  $w(t)$  полів

### Висновки

Наведені результати показують ступінь спотворюваності радіоімпульсу, випроміненого електричним диполем Герця при переході його з ближньої зони до дальньої.

У перспективі планується провести експериментальні дослідження радіоімпульсу Гаусса, випроміненого диполем Герця. Подальші теоретичні дослідження варто спрямувати у двох напрямках: визначення закономірностей поширення радіоімпульсів, випромінених антенами інших типів, і над коротких радіоімпульсів. Актуальність таких досліджень зумовлена практичними застосуваннями.

В.И. Найдено, С.И. Пильтай

ЭВОЛЮЦИЯ РАДИОИМПУЛЬСОВ, ИЗЛУЧЕННЫХ ДИПОЛЕМ ГЕРЦА, ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В ВАКУУМЕ

Исследована эволюция радиоимпульсов, излученных диполем Герца, что распространяются в вакууме. На примере радиоимпульса Гаусса рассмотрены свойства полей и энергетических характеристик в ближней, промежуточной и дальней зонах. Наблюдаются существенные изменения полей и энергетических характеристик при переходе от ближней зоны к дальней.

V.I. Naidenko, S.I. Piltyay

RADIOPULSES EVOLUTION RADIATED BY HERTZ'S DIPOLE PROPAGATING IN VACUUM

The paper studies radiopulses evolution radiated by Hertz's dipole propagating in vacuum. By the example of Gauss' radiopulse, fields properties and power descriptions are considered in the near, intermediate and distant areas. Moreover, some substantial changes of the fields and power descriptions in the transition from the near area to distant one can be observed.

1. *Петров Б.М.* Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов. — 2-е изд., испр. — М.: Горячая линия—Телеком, 2003. — 558 с.
2. *Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н.* Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов. — М.: Изд-во МВТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. — 368 с.
3. *Scott Bennet W.* Basic Sources of Electric and Magnetic Fields Newly Examined // IEEE Antennas and Propagation Magazine. — 2001. — **43**, N 1. — P. 31–35.
4. *Laybros S., Combes P.F.* On Radiating Zone Boundaries of Short,  $\lambda/2$  and  $\lambda$  Dipoles // Ibid. — 2004. — **45**, N 5. — P. 53–64.
5. *Kai Li, Yilong Lu.* Electromagnetic Field Generated by a Horizontal Electric Dipole near the Surface of a Planar Perfect Conductor Coated with a Uniaxial Layer // IEEE Trans. on AP. — 2005. — **53**, N 10. — P. 3191–3200.
6. *Zhang H.Q., Pan W.Y.* Electromagnetic Field of a Vertical Electric Dipole on Perfect Conductor Coated with a Dielectric Layer // Radio Sci. — 2002. — **37**, N 4. — P. 131–137.
7. *Collin R.E.* Hertzian Dipole Radiating over a Lossy Earth or Sea: Some Early and Late 20-th century Controversies // IEEE Antennas and Propagation Magazine. — 2004. — **46**, N 2. — P. 64–79.
8. *Maeda S., Diamant P.* Power Flow between Adjacent Electric Dipoles // Ibid. — 2002. — **44**, N 6. — P. 68–76.
9. *Найденко В.І., Пильтай С.І.* Еволюція відеоімпульсів, випромінених диполем Герца, при поширенні у вакуумі // Вісн. НТУУ “КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2008. — Вип. 36. — С. 53–59.

Рекомендована Радою  
радіотехнічного факультету  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
19 травня 2008 року